Math. P.
458

198

Math. P. 458

Mathesis applicata 403.

R

Rechenkunst

für die

Realschulen

in

Baiern.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Landshut,

gedruckt, und verlegt von Maximilian Hagen,
Stadt und Landschafts-Buchdrucker, 1774.

Rechenbüchel.

Imprimatur.

Registr. fol. 45.

Sgin. München in dem Churf. Bücher-Censur Collegio den 12. Novem. 1774.

Wilhelm Wodiczka Secr.

Bayerische Staatsbibliothek München

Das
Erste Hauptstück.
Von den Zahlen überhaupt, und ihrem Werthe.

1. Alle Zahlen auszudrücken bedienen wir uns nur zehn Zeichen. Sie sind 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Jedes, das letzte ausgenommen hat einen doppelten Werth; den ersten von seiner ersten Einsetzung, und so bedeutet 2 zwey, 4 vier, u. s. w. den andern von dem Orte, an dem es steht. Steht es zuletzt, oder an dem ersten Orte rechter Hand, so bedeutet es schlechterdings Einheiten: steht es an dem zweyten Orte von der Rechten zur Linken, so bedeutet es so vielmal zehn, als es

am ersten Orte Einheiten bedeuten würde. Am dritten Orte bedeutet es so vielmal hundert, u. s. w., daß also der Werth eines jeden Zeichens immer um zehnmal größer wird, je weiter es von der Rechten zur Linken geschoben wird. Das zeichen o bedeutet hiemit für sich selbst gar nichts, doch kann es den Werth der andern vermehren. Also wenn 3 allein steht, bedeutet es 3 Einheiten: setzen wir aber zwo Nullen |o| darnach, und schreiben 300, zeiget es schon dreyhundert an, weil das Ziffer 3 nun schon am dritten Orte steht.

2.) Nun ist es leicht alle Zahlen recht auszusprechen.

Ein jeder weißt drey neben einander stehende Ziffern auszusprechen, und so sagt er 347 seyen dreyhundert sieben und vierzig. — Wenn aber eine Zahl aus vielen Ziffern besteht? z. E. 3'''405·621''543·021'230·567. Man theile diese Zahl von der rechten Hand angefangen in ihre Classen ab, also, daß jeder Classe drey Ziffern gegeben werden. Nach der ersten Classe mache man oben ein Düpflein, nach der zweyten ein Strichlein, nach der dritten ein Düpflein, nach der vierten zwey Strichlein und so weiter, wie es die obige Aufgabe zeiget. Dann spreche man iede Classe eben so aus, wie wenn sie allein stünde: folgt ein Düpflein darauf, sage man tausend dazu, folgt ein Strichlein, sage man Million, folgen zwey, so sagt man Billion, u. s. w. Hiemit heißt die Aufgabe drey Trillionen, vierhundert, und fünftausend, sechshundert, und ein und zwanzig Billionen,

fünf

fünf hundert, und drey und vierzig tausend, ein und zwanzig Millionen, zweyhundert und dreyßig tausend, fünf hundert und sieben und sechszig.

Aufgaben.

Die Erde hat 3440000 Schuhe im Durchmesser.
5406 deutsche Meilen im Umkreise.
9288000 Quadratmeilen in der Oberfläche.
2665560000 im körperlichen Innhalte.

3.) Aber ein jede Zahl, die man sprechen hört, recht zu schreiben muß Anfängern schwerer seyn. Doch diese Beschwerniß wird die hierstehende Tabelle vermindern.

3	5	8	4	2	1	9	6	7	5	4	8	3	2	1
Hundert Billionen -	Zehn Billionen -	Billionen -	Hundert tausend Millionen -	Zehntausend Millionen -	Tausend Millionen -	Hundert Millionen -	Zehn Millionen -	Millionen -	Hundert tausend -	Zehn tausend -	Tausend -	Hundert -	Zehner -	Einheiten -

In dieser Tabelle sehen wir, daß nach den ersten dreyen Ziffern die tausende, nach der zweyten Classe

 oder

oder sechs Ziffern die Millionen, nach der dritten die tausende der Millionen, nach der vierten die Billionen anfangen. Hören wir also eine Zahl aussprechen, so merken wir leicht, wie viele Ziffern oder Classen wir brauchen; so schreibe man dann jede Classe sonderheitlich, wie man sie aussprechen höret, und wenn eine Classe im aussprechen gänzlich ausgelassen wird, so füllen wir die leeren Plätze mit Nullen an.

Z. E. Wir hören diese Zahl aussprechen; drey und zwanzig Millionen, fünf tausend, und dreyßig. Wir merken sogleich, daß diese Zahl sich bis in die dritte Classe (der Millionen) erstrecke. Wir schreiben also die Classe der Millionen, 23. Nach dieser müssen noch sechs Ziffern folgen: die nächste Classe der tausende hat im Aussprechen nur ein Ziffer und zwar das letzte, nämlich 5; füllen wir also die ersten zwo Stellen mit Nullen an, und schreiben wir 005. die dritte Classe der Einheiten hat wieder nur ein Ziffer, aber am zweyten Orte, nämlich die Zehner; wir füllen also den ersten und letzten Platz mit Nullen aus, und schreiben 030. Und so wird die ausgesprochene Zahl geschrieben stehen. 23,005,030.

Aufgaben

Ausgesprochene Zahlen zu schreiben.

Fünf Billionen, und vier und zwanzig.

Der Merkur ist von der Sonne entfernet sieben Millionen, drey hundert, zwey und zwanzig tausend und vierzig deutsche Meilen.

Zweytes Hauptstück

von den vier Hauptverrichtungen der Arithmetick in Zahlen und Größen von gleichen und verschiedenen Gattungen.

Erster Abschnitt

Vom Addieren.

4.) Schon in den Trivialschulen sagte man uns, da vom addieren die Rede war, wir sollten die Zahlen, welche wir zusam̃en setzen wollen, so untereinander schreiben, daß die Einheiten unter den Einheiten, die Zehner unter den Zehnern, die hunderten unter den hunderten u. s. f. in einer gerad abwärts gehenden Reihe zu stehen kommen: dann mache man den Anfang von den Einheiten, zähle selbe zusammen, und wenn die Summe nicht über neun steigt, so schreibe man sie, nachdem zuvor ein Strich nach der Quere gezogen worden, eben in der Reihe der Einheiten. Steigt aber die Summe der Einheiten über neun, und müßte sie folglich mit zweyen Ziffern geschrieben werden, so schreibt man nnr das letzte aus diesen zweyen Ziffern in die Reihe der Einheiten; das erste aber wird sogleich zu der Reihe der Zehner gezählet, und so geht es mit den Zehnern, hunderten, u. s. f.

denn wenn die Summe der Einheiten über neun steigt, und also mit 2 Ziffern müßte geschrieben werden, so wird das erste derselben schon Zehner bedeuten, folglich muß es auch zu den übrigen Zehnern gezählet werden.

Man hat also hier vom addieren nichts weiter zu sagen, als eine und die andere schwerere Aufgabe zu liefern, und darüber die Probe zu begehren, dann aber auf Größen von verschiedenen Gattungen zu kommen.

Aufgaben

Peter besitzt an Kapitalien :	15000. fl.
An liegenden Gütern :	9000. fl.
Sein Haus wird geschätzt	6700. fl.
Sein Hausgeräth	650. fl.
Wie hoch beläuft sich sein ganzes Vermögen ?	31350. fl.

Wer zweifelt, ob er im addieren keinen Fehler begangen habe, der wird am sichersten thun, wenn er die Addition noch einmal machet, doch, daß er die Ziffern jeder Reihe von oben angefangen hinabwärts addiert ; denn es ist nur gar zu gewiß, daß alle Neunerproben vielfältig den größten Fehlern unterworfen sind : entgegen geschieht es so leicht nicht, daß, wo die Ideen geändert werden, die Irrungen immer die nämlichen sind.

* In Exempeln, wo viele Zahlen müßen zusammen gesetzet werden, soll man sie alle in gewisse Classen eintheilen : die Zahlen jeder Classe anfangs besonders addieren, und alsdenn diese Partialsummen abermal zusammen setzen.

So

So wird einem Studenten die Rechnung also gemachet.

Im Monathe	Octob.	8. fl.	Horn.	24.	Juni	22.
	Novem.	22.	März	30.	Juli	23.
	Decem.	25.	April	20.	Aug.	18.
	Jänn.	28.	May	19.	Sept.	9.
		83.		93.		72.

83 | fl.
93
72

248 fl. ist die Schuld.

Zweyter Abschnitt.

Vom Addieren bey Größen von verschiedenen Gattungen.

5.) Es ereignet sich nicht selten, daß man verschiedenes Geld, Gewicht, Längen, Zeit, u. s. f. oder zusammen setzen muß, oder von einander abziehen. Wir wollen also kurz sagen, wie Geld, Zeit, Gewicht, Längen und andere Messereyen in unserm Vaterlande eingetheilet werden.

Von Geldern.

der große Thaler

2 fl. 24 x.	Guldē. fl.						
6	2 $\frac{1}{2}$	Kopfstück. Kst.					
12	5	2	Zwölfer. Zlf.				
48	20	8	4	Groschē. Gr.			
144	60	24	12	3	Kreutzer. x.		
576	240	96	48	12	4	Pfeñ. dl.	
1152	480	192	96	24	8	2	Häller. hl

Vom Gewichte.

Der Centner. Ctn.

100	Pfund tt.				
400	4	Vierling ½l.			
3200	32	8	Loth. Lth.		
12800	128	32	4	Quintl. Qtl.	
51200	512	128	16	4	Pfeninggewicht. Pftt.

Von der Zeit.

Das Jahr.

365	Tage.			
8760	24	Stund. St.		
512640	1440	60′	Minuten′.	
30758400	86400	3600	60″	Secunden″.

Das Jahr, selbes genau zu bestimmen hat über die 365 Tage noch 5 Stunden 148′ Minuten; 57″ Secunden.

Von den Längen im Feldmessen.

Stäbe. St.

6	Schuhe .o.			
72	12′	Zolle .′.		
864	144	12″	Linien ″	
10368	1728	144	12‴	Punkten ‴

*) Die Stäbe nennt man auch Klafter.

**) Man bedienet sich auch zehnschuhigter Stäbe, dann hält der Schuh 10 Zolle, der Zoll 10 Lin. die Lin. 10. Punkten.

Von

Vom Wein- und Biermaaße.

Das Fuder.

12	Eymer		
720	60	Maaß.	
1480	240	4	Quärtlein.

Vom Getreydmaaße.

Vom harten Getreyde.

Das Schäffl.

6	Metzen.		
24	4	Viertl.	
96	16	4	Sechzehentl.

* * * Im leichten Getreyde aber oder Haber hat das Schäffl 7. Mezen, oder 14. Viertl. Ein Schäffl Mehl hat 6. Metzen, der Metzen 2. Viertl. 1. Viert. 4. Mäßl. 1. Mäßl 4. Dreyßiger.

Im Anschreiben der Größen von verschiedener Gattung schreibt man über die Zahlen gewisse Zeichen, die ich hier schon mehrentheils bemerket, damit man erkennen möge, was jede Zahl für Größen anzeiget. Man schreibe also zum z.E. Fl. Gr. x. d. hl.
100. 16. 2. 3. 2.

Weißt man einmal also, wie viele Einheiten von einer jeden Gattung erfodert werden, daß sie eine Einheit von der nächsten höheren Gattung ausmachen, so kann man ohne Beschwerniß auch das addieren vollkommen: nur so viel ist zu merken, daß man die Größen

zen von gleicher Gattung immer untereinander schreibt, das ist, die Gulden unter die Gulden, die Kreutzer unter die Kreutzer, und so von andern zu reden, alsdenn beobachtet man folgende Regel.

Mache den Anfang bey den Zahlen der kleinsten Gattung: addiere selbe in eine Summe: diese Summe theile (denn so viel haben wir in den Trivialschulen zur Noth schon gelernet) durch jene Zahl, welche eins von der nächsten höheren Gattung ausmacht. Den Rest schreib in die Stelle jener Gattung, deren Zahlen du wirlich addieret hast: den Quotienten aber zähle zu der nächsten höheren Gattung, und so geht es mit den Zahlen der nächsten Gattung von der kleinsten bis zur größten. Z. E. Man soll die Summe finden aus

Fl.	G.	x.	d.
35.	12.	2.	2.

und aus

40.	18.	2.	3.

und aus

59.	17.	--	2.

schreibe also die Zahlen, wie du sie hier findest.

Fl.	Gr.	x.	d.
35.	12.	2.	2.
40.	18.	2.	3.
59.	17.	0.	2.
136. fl.	8. Gr.	2. x.	3. d.

Addiere die Zahlen, welche Pfenninge anzeigen; denn diese sind in unserm Exempel die kleinste Gattung.

Sage

Sage also 2. Pfenninge und 3 sind 5. und 2 sind 7. diese Summe dividiere durch 4; denn 4. Pfennige machen einen Kreutzer, der Quotient ist 1: der Rest 3. diesen Rest schreib in die Reihe der Pfenninge, den Quotient 1 zähle zu den Zahlen der nächsten Gattung nämlich der Kreutzer, und sage: 1 Kreutzer und 2 sind 3, und 2 sind 5. dividiere diese Summe 5 abermal durch 3., weil 3. Kreutzer einen Groschen machen. Da nun der Rest 2. hier ist, so kannst du in der Stelle der Kreutzer 2 setzen, den Quotient 1 aber zählest du zur nächsten Classe der Groschen, und sagest: 1 und 17 sind 18, und 18 sind 36, und 12 sind 48. dividiere die Summe durch 20, weil 20 Groschen einen Gulden machen: der Quotient ist 2, den du zur nächsten Classe behältst: den Rest schreib in der Stelle der Groschen. Sage endlich 2 und 9 (weil die Zahlen der fl. ziemlich groß sind, lassen sie sich nicht leicht auf einmal addieren, sondern man addieret füglicher zuerst die Einheiten, alsdenn die Zehner) 2 und 9 sind 11 und 5 sind 16, schreib: 6; das 1 behalt, und sage: 1 und 5 sind 6, und 4 sind 10, und 3 sind 13. schreib 13 neben 6, so haben wir die verlangte Summe Fl. Gr. x. d.

136. 8. 2. 3.

Aufgaben

Erste Aufgabe in Zahlen, welche Längen anzeigen.

R.	o.	'.	''.	'''.
5678.	4.	10.	11.	3.
895.	3.	7.	8.	5.
567.	5.	9.	10.	4.
735.	2.	6.	7.	2.
42.	3.	3.	5.	1.

Zweyte Aufgabe von der Zeit.

Man soll die Summen finden von

St.	'.	".
23.	15.	45.
21.	23.	4.
12.	35.	49.
3.	0.	14.
66	14	52

Dritte Aufgabe.

Ein Haushalter hat folgende 5 Ausgaben gehabt.

Erstlich.	136 fl.	58 x.	3 d.
Zweytens	47 fl.	9 x.	2 d.
3tens	204 fl.	48 x.	0 d.
4tens	87 fl.	8 x.	3 d.
5tens	107 fl.	0 x.	3 d.

Wie groß ist die ganze Ausgabe?

Suma: 585 45 3

* Dergleichen Rechnungen kommen sehr oft vor in Verfertigung der Inventarien, in Rechnungen der Haushalter; da es sich dann öfters ereignet, daß man sehr viele dergleichen Posten, welche wohl mehrere Blätter anfüllen, zusamen addieren muß. In diesem Falle dann kann man jede Seite in mehrere Classen abtheilen: jede Classe sonderlich addieren, die Particular Summen auf ein besonderes Papier schreiben, dieselbe zusammen addieren, damit man also die Summe des ganzen Blattes bekomme. Diese Summe aus allen Classen einer Seite wird zu unterst auf folgendem Blatte geschrieben. Die Posten dieses folgenden Blattes werden, wie zuvor in eine Summe gebracht,

diese Summe unter die vorige geschrieben, beyde zusammen addieret, und also bekömmt man die Summe zwoer Seiten: diese Summe wird zu unterst auf der dritten Seite wieder angeschrieben: diese 3te Seite abermal zusammen gerechnet, u. s. f. bis man alle Posten in eine Summe gebracht hat.

Vierte Aufgabe.

Ein reicher Bauer hat am Waitzen ausdreschen lassen.

7 Schäffl	5 Metzen	1 Viertl
13 —	7 —	3 —
18 —	5 —	3 —
20 —	7 —	3 —
19 —	3 —	2 —

Was beträgt die Summe?

Sum. 82 Schffl. 3 M. 3

Fünfte Aufgabe.

Ein Handelsmann hat einem Tuchmacher diese Wolle geliefert.

Erstens	20 Ctn.	87 tt.	3	¼ l.
2tens	38 —	75 —	0	—
3tens	41 —	0 —	3	—
4tens	54 —	68 —	1	—

Wie viel macht alles aus?

Suma 155 Cent. 32 tt.

Dritter Abschnitt.

Vom Subtrahieren.

6.) Von der Abziehung in gleichen Gattungen ist in Trivialschulen hinreichend gehandelt worden, so fern die Anfangsgründe der Rechenkunst fleißig zur Hande genommen worden. Wir gehen also zu verschiedenen Gattungen über.

Die Abziehung hat hier wieder gar nichts schweres. Man muß abermal von der kleinsten Gattung anfangen, die untere Zahl von der obern abziehen, und den Rest in eben selber Stelle unter dem Querstriche schreiben. Kann die untere Zahl von der Obern nicht abgezogen werden, weil die obere kleiner als die untere ist, so müssen wir die obere um so viel Einheiten vermehren, als gefodert werden eines von der nächsteu höhern Classe auszumachen, und alsdenn die Abziehung verrichten. Hernach schreittet man zu der nächsten Gattung; aber man muß nicht vergessen, daß die obere Zahl um eins kleiner geworden ist.

Erstes Exempel.

Ich solle 7 Tage, 14 Stunden, 37 Minuten von 8 Tagen, 2 Stunden, 28 Minuten abziehen. So schreibe ich denn

T.	St.	′.
8.	2.	28.
7.	14.	37.
0.	11.	51.

Mache von den Minuten den Anfang, und sage: 7 von 8 bleibt 1. dann schreibe ich 1 unter die Einheiten der Minuten und sage: 3 von 2 lassen sich nicht abziehen; Ich nemme also eine von den Stunden, diese gilt in der Stelle der Minuten 60, oder 6. Zehner; also habe ich jezt 8 Zehner der Minuten: folglich 3 von 8 bleiben 5. Ich schreibe 5 in der Stelle der Zehner der Minuten. Nun gehe ich zu den Stunden. 14 Stunden können von 1 nicht abgezogen werden, so nehme ich 1 von den Tagen weg: dieser gilt 24 St. und weil ich nun 25 St. habe, so ziehe ich 14 ab, bleiben 11. Nun schreibe ich 11 in der Reihe der Stunden. Jezt gehe ich zu den Tagen und sage: 7 von 7 läßt nichts. Ich habe also den verlangten Rest 11 Stunden: 15 Minuten.

Aufgaben.

Man solle 15 fl. 16 gr. 2 x. von 30 fl. 10 gr. 2 x. 2 d. abziehen, so schreibe man diese Zahlen also

	Fl.	G.	x.	d.
	30.	10.	2.	2.
	15.	12.	2.	0.
Suma.	24.	14.	0.	2.

Eine Aufgabe von den Längen.

R.	o.	'.	''.
6.	4.	8.	11.
5.	5.	9.	8.
0.	50.	59.	3.

Von der Zeit.

St.	′	″
15.	0.	12.
11.	14.	18.
3.	55.	54.

In Zahlen.

Einer ist schuldig 25 fl. 35 x. und 2 pf. daran zahlet er 15 fl. 24 kr. was hat er noch zu bezahlen.

10 f. 11 x. 3 pf.

Im Gewichte.

Ein Kaufmann hat 76 Ctn. 87 tt. Zucker gekaufet, davon hat er verkaufet 49 Ctn. 89 tt. 24 Lothe. wie viel hat er noch im Vorrathe.

26 Cent. 90 tt. 0 loth.

Vierter Abschnitt.

Von der Reduction der Größen von verschiedener Gattung.

7.) Wenn wir z. E. eine Summe Geldes in fl. kr. und pf. ausgedrücket haben, ist oft sehr nothwendig, daß wir diese Summe zur untersten Benamsung bringen. Die Weise nun diese Veränderung zu machen nenne ich die absteigende Reduction. Eben so, wenn wir z. E. eine Summe Gelds in lauter Pfenningen ausgedrücket bekommen, so sollen wir wissen wie viel diese Pfenninge Kreutzer, Groschen und Gulden

den ausmachen. Und diese Art der Veränderung nenne ich die aufsteigende Reduction. Ich will beydes in Exempeln erklären.

Man soll 375 fl. zu kr. machen. Wir wissen daß 60 x. einen fl. machen. Multipliciren wir also die Zahl 375 durch 60; so ist das Product 22500 die Anzahl der Kreutzer. Wir hätten auch die gegebene Zahl 375 durch 20 multiplicieren können, weil 20 Groschen einen fl. machen: das Product würde gewesen seyn 7500 Groschen. Wenn wir nun dieses Product mit 3 Multiplicieret hätten (weil 3 einen Groschen machen) so hätten wir eben die vorige Zahl 22500 der Kreutzer bekommen.

Wird eine Summe Gelds in verschiedenen Gattungen gegeben, und soll alles zur untersten Benennung gebracht werden; so muß man die oberste Benennung zu der folgenden kleinern bringen, und alsdenn zu diesem Producte die Zahl von dieser zweyten Benennung addieren: die Summe wieder zur nächsten kleinern Benennung, und so fort bis zur untersten.

Man soll z. E. 350 fl. 18 gr. 2 x. 2 d. zur untersten Benennung der Pfenninge bringen. Multipliciere 350 durch 20; so ist das Product 7000. addiere dazu

18	Groschen;
so ist die Summe 7018	

Und diese Summe ist die Zahl der Groschen, welche in 350 fl. und 18 gr. enthalten sind

	7018
diese Summe multipliciert durch	3
das Product ist	21054
addiert	2 x
	21056

Die Summe 21056 ist die Zahl der Kreutzer, welche in 350 fl. 18 gr. und 2 Kreutzern enthalten sind.

	21056
diese Summe multipliciert mit 4.	4
das Product ist	84224
addiert	2 d.
die Summe	84226

Ist die Anzahl der pf., welche in 350 fl. 18 gr. 2 x. und 2 pf. enthalten sind.

8.) Nun ist die aufsteigende Reduction noch zu erklären. Diese ist der Absteigenden entgegengesetzet, und wird durch die Division vollbracht. Wir wollen es in einem Exempel sehen. Wir viele Groschen, wie viele Gulden stecken in 22500 x.?

dividiert 22500	denn 3 Kreutzer machen
durch 3	einen Groschen.

Der Quotient 7500 ist die Anzahl der Groschen. diesen Quotienten dividiere durch 20, weil 20 Groschen einen fl. machen. Der Quotient ist die verlangte Anzahl der 375. fl.

Fünfter

Fünfter Abschnitt.

Von der Division und Multiplication in Größen von verschiedenen Gattungen.

9.) Nur so viel will man hier von der Multiplication in Größen der nämlichen Gattung gesaget haben, daß wie bey der Addition, so auch hier statt der Neunerprobe die Multiplication widerholle werde: doch man nehme für den Multiplicator an, was ehevor der Multiplicandus war. Es muß, wenn kein Fehler eingeschlichen ist, wieder das vorige Product herauskommen. Man hat übrigens von der Multiplication der Größen der nämlichen Gattung in den Anfangsgründen der Rechenkunst so vieles gelesen, daß es hier keiner fernern Weitläuftigkeit nöthig hat.

10.) Durch die Division überhaupt untersuchen wir, wie oft eine gegebene Größe, welche der Divisor genannt wird, in einer andern gegebenen Größe, welche man den Dividendus nennt, enthalten sey. Die Zahl, welche dieses anzeiget, heißt der Quotient, also wenn man fragt, wie oft 3 in 12 enthalten sey, ist der Divisor 3. der Dividendus 12. 4 der Quotient.

Aus diesem folget nun, daß, wenn die Theilung richtig und genau gewesen, der Quotient durch den Divisor multipliciert ein dem Dividendus gleiches Pro-

duct geben müsse. Also weil 3 in 12 eben viermal enthalten ist, so ist 3 X 4 = 12. Daher wenn das Product aus dem Divisor und Quotienten größer oder kleiner ist, als der Dividendus; so ist der Quotient zu groß oder zu klein genommen worden. Zu klein verstehe ich alsdenn, wenn auch der Rest zum Producte addieret, dem dividendus doch nicht gleich wird.

Die Division in einfachen Zahlen hat keine Beschwerniß. Hat der Divisor oder Dividendus nicht viele Ziffern, so hat man davon in den Anfangsgründen genug Unterricht für Trivialschüler gegeben: ich setze also nur eine oder die andere schwerere Aufgabe hieher, und dann zu den verschiedenen Gattungen.

Man soll z. E. 147475 durch 362 dividieren: schreibet, wie ihr hier sehet.

```
362) 1474 . 75 (407 141
     1448          ---
     ---------     362
       2675
       2534
       ----
        141.
```

Sodann sehet, wie viele Ziffern ihr für die erste Classe des dividendus annehmen müsset, damit der dividendus darinn enthalten sey. Weil nun 362 in den 3 ersten Ziffern 147 des dividendus noch nicht enthalten ist, so erkennet ihr, daß ihr die vier ersten Ziffern 1474 als die erste Classe annehmen müsset, welche ihr sodann von den übrigen durch einen Punct absöndert. Dividieret nun die erste Classe 1474 des

divi=

dividendus durch 362. In dieser Absichte sollet ihr fragen, wie oft 362 in 1474 enthalten sey; weil sich aber auf diese Frage hart anworten läßt, so fraget nur allein, wie oft ist 3 in 14 enthalten? antwortet viermal: schreibet 4 in den Quotienten: multiplicieret den ganzen Divisor 362 durch 4, und saget: viermal 2 ist 8: schreibet 8 unter das letzte Ziffer der ersten Classe des dividendus: fahret weiter fort, und saget: viermal 6 ist 24: schreibet 4 unter 7, die Zahl 2 behaltet in dem Gedächtniß. Saget ferner: viermal 3 ist 12, und die zuvor behaltenen 2 dazu sind 14. Schreibet also diese 14 unter 14. Ihr habet also 1448 als das Product des Divisors durch den Quotienten multiplicieret. Nachdem ihr einen Zwergstrich darunter gezogen, so ziehet dieses Product von der ersten Classe ab, der Rest wird 26 seyn. Zu diesem setzet das nächste Ziffer 7 des dividendus, woraus denn 267 entstehet. Nun müsset ihr die ganze Arbeit auf ein neues anfangen. Ihr sehet aber also gleich, daß 362 größer, als diese Zweyte Classe, und folglich in selber niemal enthalten ist. Schreibet dann eine 0 in den Quotienten, und setzet also gleich das noch übrige Ziffer 5 des dividendus herab: woraus 2675 als die dritte Classe des dividendus entstehet. Fraget jetzt, wie oft ist 3 in 26 enthalten? Ihr antwortet 8mal; denn 3mal 8 ist 24. Aber wenn ihr den Divisor 362 mit 8 multiplicieret, so kömmt daß Product 2896 heraus, welches größer ist als 2675 und folglich vom dividendus nicht kann abgezogen werden.

Weil also der Quotient 8 zu groß ist, so schreibet 7 an den Quotienten. Multiplicieret den Divisor 362 durch 7: daß Product ist 2534: dieses von 2675 abgezogen giebt den Rest 141. Weil nun kein Ziffer des dividendus mehr übrig ist, so schreibet diesen Rest zu dem gefundenen Quotienten, und den Divisor darunter, so habet ihr den verlangten Quotienten $407\frac{141}{362}$.

11.) Man kann es nicht leicht wissen, wie oft der ganze Divisor in jeder Classe des dividendus enthalten sey. Man merke sich also folgende Regel. So oft das erste Ziffer des Divisors in dem ersten, oder (wenn dasselbe größer ist, als das erste des dividendus) in den zweyen ersten Ziffern des dividendus enthalten ist, so oft muß auch das zweyte Ziffer des Divisors in dem zweyten oder dritten Ziffer des dividendus enthalten seyn, nachdem man zuvor, was von dem vorhergehenden Ziffer übergeblieben ist, dazu gerechnet hat.

*) Es ist hiemit zwar einige, doch nicht alle Beschwerniß gehoben. So ist denn ein einziger Versuch übrig, die Division wie die Multiplication durch die Tabelle zu verrichten.

Man muß also eine Tabelle aus dem Divisor (so wie bey der Multiplication aus dem Multiplicandus) machen, um zusehen, wie oft er in dem Dividendus enthalten ist. Sie wird so gemachet:

Ihr

Ihr sollet 70251807402 durch 79863 dividieren. Ihr müsset das Zweyfache, das 3fache u. s. f. bis auf das Zehnfache dieses Divisors suchen. Ziehet einen langen aufrechtstehenden Strich und schreibet am selben zur Linken herunter. 1. 2. 3. 4. u. s. f. bis auf 10. Neben eins schreibet zur Rechten des Strichs den Divisor 79863. Multiplicieret diesen mit 2; das Product 159726 schreibet zur Rechten des Strichs neben die Zahl 2, als das Zweyfache zum Einfachen, und ihr habt das 3fache, welches ihr neben 3 schreibet. addieret dieses 3fache zum Einfachen, und ihr bekommet das Vierfache u. s. f. bis auf das Zehnfache. Ist dieses Zehnfache dem Einfachen gleich allein mit dem Unterschiede, daß es zuletzt eine Nulle darüber hat, so ist die Tabelle richtig und ohne Fehler gemachet.

Tabelle des Divisors.

1	79863
2	159726
3	239589
4	319452
5	399315
6	479178
7	559041
8	638904
9	718767
10	798630.

Nun kömmt die Division selbst.

Untersuchet, wie viele Ziffern des Dividendus ihr brauchet, damit euer Divisor darinn enthalten sey, und sondert diese Ziffern von den übrigen durch einen Punct ab. Suchet aus allen Zahlen, welche in eurer Tabelle zur Rechten des aufstehenden Sriches stehen, jene heraus, welche entweder dieser ersten Classe des Dividendus gleich ist, oder ihr zum nächsten kömmt. Für die erste Classe des Dividendus müsset ihr 6 Ziffern, nämlich 702518 annehmen, weil der Divisor in den ersten fünfen noch nicht enthalten ist. Wenn ihr nun diese Zahl 702518 in eurer Tabelle suchet, so findet ihr selbe nicht. Die Zahl 718767, die neben dem 9 steht, ist die erste, welche diese erste Classe des Dividendus übertrift; ihr schreibet also die nächst darob stehende nämlich 638904 als unter allen kleinern die nächste unter diese erste Classe des Dividendus; die Zahl 8 aber, die zur Linken daneben steht, setzet ihr in den Quotienten, als den ersten Theil des Quotienten. Verrichtet die Abziehung: Ihr ziehet 638904 von 702518 ab, der Rest ist 63614: zu diesem setzet ihr das nächste Ziffer des Dividendus, nämlich die Nulle herab, so entsteht 636140 die zweyte Classe des Dividendus. Wenn ihr nun mit dieser zweyten Classe und hernach mit der 3ten u. s. f. eben so verfahret, so wird die ganze Bearbeitung also stehen, wie folget:

```
79863 ) 70251807402 ( 879654
        638904
        ------
         636140
         559041
         ------
          770997
          718767
          ------
           522304
           479178
           ------
            431260
            399315
            ------
             319452
             319452.
             ------
                  0
```

Weil die Division ziemlich schwer ist, so folgen hier einige schwerere Aufgaben.

Divisor.	Dividendus	Quotient
45007	23884044718	530674
59600	57659066400	967434
1000	67954382000	67954382
79	282106	$3569\frac{65}{79}$

12.) Wir gehen nun zu Größen verschiedener Benennungen. Wenn man eine Summe verschiedener Größen Multiplicieren oder Dividieren muß, so soll man alles zur untersten Benennung bringen; was heraus kömmt, multiplicieret oder dividieret man durch die gegebene Zahl; was ihr hiedurch bekommet, bringet abermal zu den größern Benennungen.

Ihr sollet z. E. eine Länge von 15 Ruthen, 4 Schu=

Schuhen, 3 Zollen, und 9 Linien mit 7 multiplicieren. Man fraget, was hieraus für eine Länge entstehe. Reducieret alles zu Linien, ihr bekommet 13581 Linien. Diese multiplicieret mit 7. das Product ist 95067. diese reducieret wieder zu Zollen, Schuhen, und Ruthen. Ihr bekommet 110 R. keinen 0, 2′, 3″.

Wenn man verlanget, ihr sollet 110 R. 0 Schuhe, 2 Zolle, 3 Linien in 7 Theile theilen, so müsset ihr diese Länge in lautern Linien ausdrücken; das Product 95067 durch 7 dividieren, den Quotienten 13581 wieder zu Zollen, Schuhen, und Ruthen reducieren, da ihr dann erhalten würdet 15 R. 14°. 3′. 9″.

*. Bey der Multiplication kann man auch so verfahren. z. E. Ihr sollet 15 R. 4°. 3′. 9″. durch 7 multiplicieren. Multiplicieret die Zahlen jeder Benennung durch 7. Ihr bekommet 105 R. 28°. 21′. 63″. Nun dividieret 63 durch 12; denn 12 Linien machen einen Zoll. Der Quotient ist 5, der Rest 3. Diesen Rest 3 schreibet in der Stelle der Linien: den Quotienten 5 aber addieret zu den vorhergehenden 21 Zollen. Diese Summe ist 26 Zolle. Dividieret diese Summe durch 12, weil 12. Zolle einen Schuh machen. Der Quotient ist 2. der Rest gleichfalls 2. Diesen Rest 2 schreibet in der Stelle der Zolle: den Quotienten 2 zählet zu den vorhergehenden 28°. Ihr habt also jetzt 30°. Diese Summe 30 dividieret durch 6, weil 6 Schuhe eine Ruthe machen. Der Quotient ist 5. Rest bleibt keiner. Schreibet also 0 in der Stelle der Schuhe: den Quotienten 5 zählet zu den vorhergehenden

den

den 105 R. die Summe ist 110. Folglich ist das ganze Product 110 R. 0 Schuhe, 2 Zolle, 3 Linien, eben wie wir oben nach der ersten Art gefunden haben.

Man kann also folgende Exempel nach der ersten oder zweyten Art auflösen; es muß das nämliche Product entstehen.

Aufgaben

I. Eine Armee braucht monathlich für ihre Pferde 1270 Schäffl, 5 Metzen, 1 Viertl Haber. Was brauchet sie in 6 Monathen?

	Sch.	M.	V.
	1270.	5.	1.
			6.
die Producte sind	7620.	30.	6.
nach der Reduction	7624.	5.	0.

* * Man muß nicht vergessen, daß das leichte Getreyd, wie der Haber, eine andere Messerey hat, wie wir oben von dem Getreydmaße gesaget haben. (§.5.***)

II. Ein Speisemeister brauchet täglich 3 Eymer. 25 Maaße 3. Quärtl Bier. Was brauchet er in einer Woche.

E.	M.	Q.
3.	25.	3.
		7.

III. Eine Armee von 75000 Mann steht im Felde. Jedem Manne werden wochentlich 3 tt. 2 Vierlinge

ge Fleisches gereichet, wie viel brauchet man in 6 Wochen.

	tt.	B.	
	3.	2.	
		6.	
die Producte sind	18.	12.	
nach der Reduction.	21.	0.	für einen Mann
X	75000		
	105		
	147		
	1575000		für alle

Wie viele Centner?

*** Bey der Division kann man auch, anstatt alles zur untersten Benennung zu bringen, und alsdenn erst die Division vorzunehmen, die Sache gleich so angreiffen. Dividieret die Zahl der größten Benennung durch den gegebenen Divisor: den Quotienten schreibet in eben dieser Stelle: den Rest reducieret durch die Multiplication zu der nächst folgenden kleinern Benennung, und addieret die Zahl eben dieser nachfolgenden kleinern Benennung dazu. Die Summe dividieret abermal durch den gegebenen Divisor, und so schreittet von der größten Benennung bis zur kleinsten. z. E.

Zween Kramer haben 713 fl. 38 x. zu theilen. Der Theil eines jeden?

fl.	x.
713	38
2	
356	49.

Es

13) Es giebt noch eine andere Art der Multiplication und Division, welche aber fast nur in der Geometrie vorkömmt.

*) Eine Fläche, welche einem Schuh in die Länge und einen in die Breite hat, ist ein Quadratschuh: welche einen Zoll in die Länge und einen in die Breite hat, ein Quadratzoll, welche eine Linie in die Länge, eine in die Breite hat, eine Quadratlinie. Eben so wird jene Zahl, welche entsteht, wenn eine durch sich selbst multipliciert wird, das Quadrat dieser letztern genennet.

Nun setzen wir, ihr sollet eine Länge von 15 R. 4°. 3′. 9″ durch eine andere von 7 R. 5°. 6′. 8″ multiplicieren: das ist, ihr sollet finden, wie viele Quadratschuhe jener Platz in sich habe, dessen Länge 15 R. 4°. 3′. 9″ die Breite aber 7 R. 5°. 6′. 8″. hat.

Reducieret beyde Factoren zu Linien; ihr bekommet für den Multiplicandus 13581: für den Multiplicator 6848. Diese zwo Zahlen durcheinander multiplicieret geben das Product 93002688, welches Product die Quadratlinien ausdrücket, die im besagten Platze enthalten sind. Damit ihr nun diese Quadratlinien zu Quadratzollen, Schuhen und Ruthen machet, müsset ihr die Quadratlinien nicht durch 12 sondern durch das Quadrat von 12 das ist 144 dividieren, die Quadratzolle wieder durch 144: so bekommet ihr die Quadratschuhe: diese durch das Quadrat von 6, durch 36, so habt ihr die Quadratruthen, folglich bekommet ihr 124 Quadr. R. 21 Quadr. Sch. und 12 Quadratzolle.

Drittes Hauptstück

Erster Abschnitt

Von den Brüchen.

14.) Ein Bruch ist ein oder mehrere Theile eines ganzen, welches man sich in mehrere Theile abgetheilet vorstellet. Er wird also durch zwo Zahlen ausgedrücket. Eine zeiget an, in wie viele Theile das ganze eingetheilet werde, und heißt der Nenner. Die andere zeiget, wie viele dergleichen Theile im gegenwärtigen Falle gegeben sind, und wird der Zähler genannt.

Nun einen Bruch anzuschreiben setzet man den Zähler oberhalb des Nenners, und einen kleinen Querstrich dazwischen. z. E. $\frac{2}{3}$. hier ist 2 der Zähler: 3 der Nenner.

Ein eigentlicher Brnch ist jener, welcher weniger gilt als ein ganzes. Also muß in einem eigentlichen Bruche der Zähler kleiner seyn als der Nenner, weil der Nenner das getheilte Ganze, der Zähler die Zahl solcher Theile anzeiget.

Ein

Ein uneigentlicher Bruch gilt mehr oder soviel, als ein Ganzes. Deßwegen muß hier der Zähler wenigstens so groß als der Nenner seyn. z. E. Ein eigentlicher ist $\frac{1}{2}$ Ein uneigentlicher $\frac{5}{3}$ oder $\frac{5}{5}$.

15.) Den Werth eines Bruchs zu kennen, muß man das Verhältniß des Zählers zu dem Nenner betrachten, und jener gilt mehr, bey dem der Zähler minder oft im Nenner enthalten ist. $\frac{2}{3}$ sind also mehr als $\frac{6}{13}$. Die zween Brüche sind gleich $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{10}$; denn in beyden ist der Zähler im Nenner 2mal enthalten.

Aufgaben.

Zween oder mehrere Brüche unter einerley Benennung bringen.

16.) Dieß ist eben so viel, als einen Bruch auf verschiedene Art ausdrücken ohne seinen Werth zuverändern. Nun verlanget man, ihr sollet mehrere Brüche also abändern, daß sie alle einerley Nenner bekommen, und doch ein jeder seinen vorigen Werth behalte. Die Sache geht so an. Man multiplicieret den Zähler eines jeden Bruchs mit den Nennern aller übrigen Brüche. Auf solche Art bekömmt man die neuen Zähler; alsdenn multiplicieret man alle Nenner durcheinander. Das Product ist der neue allgemeine Nenner.

Exempel.

	I.	II.	III.	IV.
gegebene Brüche	$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$
Reducirt.	$\frac{8}{12}$, $\frac{3}{12}$	$\frac{10}{30}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{12}{30}$	$\frac{42}{105}$, $\frac{70}{105}$, $\frac{45}{105}$	$\frac{27}{72}$, $\frac{40}{72}$

Der Beweis dieser Regel ist leicht. Wir haben gesagt: der Werth eines Bruchs bleibt so lange der alte, so lange das Verhältniß des Zählers zu dem Nenner das alte ist. Nun aber so ist es ja das alte, da ich beyde durch die nämliche Zahl multipliciere.

*) Es läßt sich aber zuweilen leichter thun, wenn die Nenner der Brüche so beschaffen sind, daß der größte durch alle kleinere ohne Rest kann dividiert werden. In diesem Falle lasse ich den Bruch, der den größten Nenner hat, unverändert, in den übrigen multipliciere ich allezeit den Zähler sowohl als den Nenner mit jener Zahl, die ich zum Quotienten bekomme, wenn ich den größten Nenner durch den Nenner desselben Bruchs dividiere.

Ihr sollt z. E. 3 Brüche $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{13}{28}$ unter einen Nenner bringen. Ihr sehet daß 28 sich durch 7 und 14 genau ohne Rest theilen läßt. $\frac{13}{28}$ also bleibt unverändert. In $\frac{3}{7}$ multiplicieret 3, hernach den Nenner 7 durch 4: den 28 durch 7 dividiert giebt 4

zum Quotienten. Also aus $\frac{3}{7}$ wird $\frac{12}{28}$. In dem 2ten Bruche $\frac{9}{14}$ multipliciert 9 und 14 durch 2, weil 28 dividiert durch 14 zum Quotienten 2 giebt: hiemit aus $\frac{9}{14}$ werden $\frac{18}{28}$. Also haben wir, statt der gegebenen diese neue $\frac{12}{28}$ $\frac{18}{28}$ $\frac{13}{28}$.

Einen gegebenen Bruch einfacher auszudrücken.

17.) Wir bekommen sehr oft Brüche, deren Zähler und Nenner große Zahlen sind. Nun ist die Frage, wie ein so gegebener Bruch mit kleinern Zahlen könne ausgedrückt werden, ohne seinen Werth zuverändern.

Es ist klar, daß der Zähler und Nenner des Bruchs, wenn ich beyde durch die nämliche Zahl dividiere, so viel ohne Veränderung des Werthes kleiner werden, je größer die Zahl wäre, mit der ich die Division verrichtete. Es ist also nur die Frage, wie ich diese Zahl finden könne, mit der sich der Zähler sowohl als der Nenner genau ohne Rest dividieren lassen. Bevor ich aber diese Frage auflöse, müssen einige Grundsätze vorhergehen.

*) Eine jede Größe wird die Maaße der andern genennet, wenn durch sie die andere ohne Rest kann dividieret werden. Also ist 3 eine Maaße von 12. Weiter wird eine Größe die Maaße vieler andern,

wenn durch sie alle diese andere ohne Rest können dividiert werden. So ist 3 die gemeine Maaße von 9. 12. 21. und 24.

Erster Grundsatz. Wenn eine Größe eine andere, und diese eine dritte mißt, so wird auch die erste eine Maaße der dritten seyn. Also weil 3 die Zahl 12 mißt, und 12 mißt 24, so ist 3 auch eine Maaße von 24.

Zweyter Grundsatz. Wenn eine Größe die gemeine Maaße zwoer andern ist, so wird sie auch derselben Summe und Differenz messen. Also weil 3 die gemeine Maaße von 12 und 21 ist, so mißt sie auch 33, oder die Differenz 9.

Dritter Grundsatz. Wenn eine Größe durch eine andere dividieret einen Rest überläßt, so wird, wenn dieser Rest von dem Dividendus abgezogen wird, der Divisor den neuen Dividendus messen. Also wenn man 14 durch 3 dividieret, so bleibet 2 übrig. Ziehet nun 2 von 14 ab, so bleiben 12, welche der Divisor 3 mißt.

Jetzt wollen wir zur Auflösung der Aufgabe schreiten. Dividieret die größere Zahl durch die kleinere, bleibt kein Rest, so ist eben diese kleinere Zahl die gesuchte größte Zahl, mit welcher der Zähler und Nenner ohne Rest können dividieret werden. Kömmt aber ein Rest heraus, so dividieret jenes damit, was vorher der Divisor war, und dieß so lange, bis ihr keinen Rest mehr bekommet: so wird der Divisor, mit

wel=

welchem die Division ohne Rest abgegangen ist, der gesuchte größte gemeine Divisor seyn, mit dem ihr den Zähler und Nenner des gegebnen Bruchs dividieret. Die Quotienten werden einen neuen Bruch ausmachen, der dem gegebenen gleich und in den kleinsten Zahlen ausgedrücket ist. Sollet ihr aber in einer Division 1 zum Reste bekommen, so ist es ein unfehlbares Zeichen, daß der Nenner und Zähler des gegebenen Bruchs durch keine Zahl beyde zugleich ohne Rest dividiert, und folglich der Bruch nicht könne einfacher dividiert werden. z. E. Ihr sollet den Bruch $\frac{91}{294}$ zum einfachsten Ausdrucke bringen. Dividieret den Nenner durch den Zähler 91. der Rest wird seyn 21. Dividieret durch diesen Rest den vorigen Divisor 91. Ihr bekommet einen neuen Rest 7. Durch diesen Rest dividieret den vorigen Divisor 21. Die Division ist genau und ohne Rest. Also ist 7 die größte Zahl, durch welche sich der Zähler und Nenner theilen lassen. Wenn ihr nun zu erst 91, sodann 294 durch 7 dividiert, so bekommet ihr die Quotienten 13 und 42: es ist also der einfachste Ausdruck des gegebnen Bruchs $\frac{13}{42}$.

* * 1.) Jede gerade Zahl kann durch 2 ohne Rest dividiert werden, so lange es geht. 2.) Jede Zahl, die am Ende eine 0 hat, kann durch 5 oder 10 dividiert werden: also wird der Bruch $\frac{20}{30}$ auf $\frac{2}{3}$ herabgesetzet. 3.) Jede Zahl, deren letztes Ziffer ein 5 ist,

läßt sich durch 5 dividieren. z. E. $\frac{15}{85}$ kömmt auf $\frac{3}{17}$.

4.) Jede Zahl, welche so beschaffen ist, daß, wenn man alle Ziffern, aus denen sie besteht, addieret, eine Summe herauskömt, die durch 3 ohne Rest kann getheilet werden, läßt sich durch 3 dividieren. Also läßt sich der Zähler und Nenner des Bruches $\frac{288}{351}$ durch 3 dividieren, weil die Summe aller Ziffern des Zählers 2mal 8 ist 16 und 2 sind 18, des Nenners 3 und 5 ist 8 und 1 macht 9, welche beyde Zahlen durch 3 dividieret werden können. Wenn ihr also den Zähler und Nenner durch 3 dividieret, bekommet ihr $\frac{96}{117}$. Dieser Bruch läßt sich noch einmal durch 3 herabdrücken, und man bekömmt $\frac{32}{39}$.

Läßt sich der Zähler und Nenner eines Bruchs weder durch 2, noch 3, noch 5 dividieren; so seyd versichert, daß es vieleicht mit dem einigen 7 geschehen könnte, oder gar nicht.

Aus einem uneigentlichen Bruche die Ganzen herausnehmen.

18.) Dividieret den Zähler durch den Nenner, so zeiget der Quotient die Ganzen an, die im Bruche stecken. Giebt die Division einen Rest, so wird er der Zähler eines neuen Bruches: der Nenner bleibt eben derselbe, der im Bruche war.

Exem=

Exempel.

	I.	II.	III.	IV.
Gegebene Brüche	$\frac{17}{6}$	$\frac{20}{5}$	$\frac{35}{7}$	$\frac{43}{8}$
Reducierte	$2\frac{5}{6}$	4	5	$5\frac{3}{8}$

Ganze in Brüche verändern.

19.) Ist kein Nenner gegeben, so schreibt 1 unter das gegebene. Wie $3 = \frac{3}{1}$, $5 = \frac{5}{1}$.

Ist einer gegeben, den der Bruch bekommen soll, so multiplicieret die gegebene Zahl durch den gegebenen Nenner. Ist neben dem Ganzen noch ein Bruch mit eben dem Nenner, so addieret den Zähler dieses Bruchs zu dem Producte und setzet unter die Summe den gegebenen Nenner. z. E.

$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$, $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$, $4\frac{3}{8} = \frac{35}{8}$

Einen gegebenen Bruch in einen andern verändern, der einen gegebenen Nenner hat.

20.) Oft hat ein Bruch eine solche Zahl zu einem Nenner, in welche das Ganze, von dem damals die Rede ist, nicht pflegt abgetheilet zu werden. Da es dann sehr nützlich wäre, diesen Bruch in einen andern zu verändern, der eine solche Zahl zum Nenner hätte, in welche das Ganze gemeiniglich getheilet wird. Wir wollen setzen, die Rede sey von Fl. und ich habe

 den

den $\frac{3}{75}$. Weil ein fl nicht pflegt in 75 Theile getheilet zu werden, so weiß ich nicht, was dieser Bruch austrägt. Wenn ich ihn aber in einen andern veränderte, dessen Nenner 60 wäre, so wüßte ich gleich, wie viele 60ste Theile eines fl. oder wie viele Kr. der gegebene Bruch ausmache. Und diese Veränderung machet ihr also:

Den Zähler des gegebenen Bruchs multiplicieret mit dem Nenner, dem ihr den neuen Bruch geben wollet: das Product dividiert mit dem Nenner des gegebenen Bruchs.

Der Quotient wird der Zähler des neuen Bruchs seyn. Bleibt nach der Division ein Rest, so ist dieser Rest der Zähler eines neuen Bruchs mit eben dem Nenner des gegebenen Bruchs: doch ist es nicht mehr ein Bruch jenes Ganzen, von dem anfangs die Rede war, sondern eines solchen Theils des Ganzen, den der angenommene neue Nenner anzeiget z.E. der Bruch $\frac{3}{75}$ eines Fl. soll verändert werden in einen andern, der die Zahl 60 zum Nenner hat. Hiemit $3 \times 60 = 180$. Dieses Product dividieret durch 75, nämlich durch den Nenner des gegebenen Bruchs, der Quotient ist $2, \frac{30}{75} = 2\frac{6}{15} = 2\frac{2}{5}$ Ihr habt also statt $\frac{3}{75}$ diesen $\frac{2}{60}$. und noch dazu $\frac{2}{5}$ eines Kreuzers.

Dieser letzte Bruch kann gemeiniglich ohne Gefahr

fahr eines merklichen Fehlers geschätzet werden, weil die Rede gemeiniglich schon von sehr kleinen Dingen ist. Also sind $\frac{2}{5}$ eines Kr. beynahe 2 Pfeñinge. Will man aber die Sache genauer wissen, kann man diesen Bruch wieder in einen andern verändern, dessen Nenner 8 ist, weil ein Kreutzer in 8 Häller getheilet wird. Hiemit 2 x mit 8 = 16; und wenn ihr dieses durch den Nenner 5 dividieret, so findet ihr $3\frac{1}{5}$. Ihr erkennet hiemit, der Bruch $\frac{3}{75}$ eines fl. trage 2 Kr. 3 Häller und $\frac{1}{5}$ eines Hällers aus, welcher letzte Bruch aber weggelassen wird, weil $\frac{1}{5}$ eines Hällers nicht mehr zu achten ist, es wäre dann um mehrere $\frac{1}{5}$ zu thun.

Beweis dieser Regel. Wenn man einen Bruch in einen andern von gleichem Werthe verändern will, so muß man einen Zähler finden, welcher sich zu dem Nenner des neuen Bruchs verhält, wie sich der Zähler des anfangs gegebenen Bruchs zu seinem Nenner verhält. (§. 15) Nun aber erhalten wir einen solchen Zähler, wenn wir nach dieser Art verfahren. Wir werden das mehrere besser einsehen, wenn von der Proportion die Rede seyn wird.

Zweyter Abschnitt.

Von der Addition, Subtraction, Multiplication, und Division der Brüche.

Erste Aufgabe.

Brüche zusammen addieren.

21.) Wenn die gegebenen Brüche einerley Nenner haben, so addieret die Zähler: die Summe ist der Zähler des neuen Bruchs, der Nenner aber bleibt der alte.

*) Die Addition zeigt man an durch das Zeichen (+) es wird ausgesprochen durch das Wörtlein Mehr, oder Und. Daß Zeichen = heißt so viel als Ist gleich.

Exempel.

$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$ $\frac{7}{8}+\frac{1}{8}+\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{16}{8}=2.$ $\frac{4}{7}+\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{9}{7}=1\frac{2}{7}$

22.) Sind aber die Nenner verschieden, so bringt man sie unter einen (§. 16) und alsdenn verfahret, wie oben ist gesaget worden.

Exempel.

Gegebene Brüche	$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$
Reducierte	$\frac{8}{12}+\frac{9}{12}$
Summe der Brüche	$\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$

Aufgaben zur Uebung.

Von 5 Kartaunen schoßt die erste $\frac{24}{55}$ eines Ctners: die zweyte $\frac{21}{55}$. die dritte $\frac{22}{55}$. die vierte $\frac{22}{55}$. die fünfte $\frac{16}{55}$. wie viel Eisen wurde zu diesen 5 Kugeln erfodert?

$$\frac{24}{55}+\frac{21}{55}+\frac{22}{55}+\frac{22}{55}+\frac{16}{55}=\frac{105}{55}=1\,\frac{10}{11}$$ Ctner.

Alle Körper, wenn sie in eine flüßige Materie versenket werden, verlieren etwas von ihrer Schwere. Nun lehret die Erfahrniß.

das Gold verliere im Wasser	$\frac{1}{18}$	seiner Schwere.
Das Quecksilber	$\frac{1}{14}$	
das Bley	$\frac{1}{12}$	
das Silber	$\frac{1}{10}$	
das Kupfer	$\frac{1}{9}$	
das Eisen	$\frac{1}{8}$	
das Zinn	$\frac{1}{7}$	

Wenn demnach von jedem ein tt. genommen, und

ins

ins Wasser gehangen würde, wie viel verlieren sie sämmtlich von ihrer Schwere? Unter einen Nenner gebracht stehen sie so

$$\frac{140}{2520}+\frac{180}{2520}+\frac{210}{2520}+\frac{252}{2520}+\frac{280}{2520}+\frac{315}{2520}+\frac{360}{2520}$$

die Summe ist $\frac{1737}{2520}=\frac{193}{280}$ eines ttes.

Zweyte Aufgabe.

Einen Bruch von einem andern oder auch von einem Ganzen abziehen.

23.) Wenn ein Bruch von einem andern soll abgezogen werden, so bringet beyde unter einen Nenner; alsdenn ziehet den Zähler des ersten von dem Zähler des andern ab. Das Zeichen — heißt minder.

Exempel.

Gegebene Brüche $\frac{2}{4}-\frac{2}{5}$

Reducierte $\frac{13}{20}-\frac{8}{20}$

Differenz der Brüche $\frac{7}{20}$.

Ist der Zähler, welchen ihr abziehen wollet, größer als jener, von dem die Abziehung geschehen muß; so muß er ein oder mehrere Ganze bey sich haben, sonst ist die Abziehung nicht möglich. In diesem Falle nimmt man eins von den Ganzen weg, und verwandelt es in einen Bruch (196) von eben demselben

den Nenner, den der abziehende Bruch hat; alsdenn verrichtet man die Abziehung, welche gar keine solche Beschwerniß hat, daß sie nicht in der simpeln Abziehung schon wäre gehoben worden.

Dritte Aufgabe.

Brüche multiplicieren.

24.) * Eine Größe multiplicieren heißt so viel, als selbe so oft nehmen, als der Multiplicator anzeiget. z. E. Eine Größe multiplicieren mit 3 heißt selbe 3mal nehmen. Mit 1 multiplicieren heißt selbe 1mal nehmen.

Multiplicieren durch $\frac{1}{2}$ heißt sie ein halbesmal oder den halben Theil davon nehmen. Multiplicieren mit $\frac{2}{3}$ heißt den 3ten Theil der gegebenen Größe 2mal nehmen. Hieraus folgt:

* * Wenn der Multiplicator ein Bruch ist, so ist die Multiplication gleichsam mit einer Division vermischet. Ich muß nämlich die gegebene Größe mit dem Nenner des Bruchs dividieren, damit ich den durch diesen Nenner angezeigten Theil derselben Größe bekomme. z. E. Wenn ich eine Größe durch $\frac{2}{3}$ multiplicieren soll, muß ich selbe mit 3 dividieren, damit ich derselben 3ten Theil bekomme, den ich alsdenn 2mal nehme, oder durch 2 multipliciere.

* * * Bey einem Bruche gilt es gleich viel, ob ich den Zähler mit einer gewissen Zahl dividiere, oder ob ich den Nenner durch eben diese Zahl multipliciere;

ciere; denn es ist ja ein Ding, ob ich 3mal weniger Theile nehme, oder ob ich eben so viele Theile desselben Ganzen nehme, als anfangs gegeben waren, aber um 3mal kleinere. Nun aber, wenn ich den Zähler eines Bruchs z. E. durch 3 dividiere, so bekomme ich 3mal weniger Theile, als anfangs im Dividendus gegeben waren. Multipliciere ich aber den Nenner durch 3, so bekomme ich zwar eben so viele Theile, als anfangs im Dividendus gegeben waren, aber 3mal kleinere.

**** Das Zeichen X heißt: *multipliciert*.

Erster Fall. Wenn ein Bruch durch einen andern soll vermehret werden, so multiplicieret die Zähler durcheinander, und die Nenner gleichfalls durcheinander, unter das erste Product schreibet das letzte.

Exempel.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} . \quad \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} . \quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Zweyter Fall. Wenn ein Bruch durch ein Ganzes soll multiplicieret werden, so verändert das Ganze in einen Bruch, indem ihr die Einheit unter dasselbe schreibet, alsdenn beobachtet die vorige Regel.

Exempel.

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} . \quad \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} .$$

***** Wenn

* * * * * Wenn im Gegentheile ein Ganzes durch einen Bruch multiplicieret werden soll, so sehet ihr leicht, daß die Regel vollkommen die alte seyn muß; indem es ja allezeit frey steht, den Multiplicator mit dem Multiplicandus zu verwechseln. In der That ist es gleich viel, ob ihr $\frac{2}{3}$ mit 3, oder 3 mit $\frac{2}{3}$ multiplicieret, das ist, ob ihr $\frac{2}{3}$ dreymal, oder ob ihr den 3ten Theil von 3 zweymal nehmet, das Product ist immer zwey.

Dritter Fall. Wenn ein Ganzes sammt einem angehängten Bruche soll multipliciert werden, so machet das Ganze des Multiplicandus zu einem Bruche von eben dem Nenner, den der angehängte Bruch hat. Eben dieß sollet ihr mit demMultiplicator thun, alsdenn verfahret, wie man oben vorgeschrieben hat.

Exempel.

$$3\frac{2}{3} \times 4\frac{2}{5} = \frac{11}{3} \times \frac{22}{5} = \frac{242}{15} = 16\frac{2}{15}$$

$$2\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{45}{12} = 3\frac{9}{12} = 3\frac{3}{4}$$

$$1\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{2} = \frac{6}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{30}{10} = 3.$$

Vierte Aufgabe.

Brüche dividieren.

25.) * Es kömmt der nämliche Quotient heraus, wenn ich eine gegebene Zahl A durch ein andere B dividiere, welcher herauskömmt, wenn ich diese gegebene Zahl A zuvor mit was immer für einer anderen Zahl C multipliciere, und alsdenn das Product durch eine Zahl D dividiere, welche um so vielmal größer ist, als die Zahl B, so viel die Zahl C Einheiten hat. z. E. Wenn ich die Zahl 8 (A) dividiere durch die Zahl 4 (B), bekomme ich 2 für den Quotienten. Multipliciere ich diese Zahl 8 (A) zuvor mit der Zahle 3 (C), so entsteht das Product 24: und wenn ich dieses dividiere durch 12 (D), welches das Dreyfache von 4 (B) ist, bekomme ich abermal 2 zum Quotienten. Auf dieses nun gründet sich die Regel der Division der Brüche.

Erster Fall. Wenn ein Bruch durch einen andern soll dividieret werden, so multiplicieret den Zähler des Dividendus durch den Nenner des Divisors und den Nenner des Dividendus durch den Zähler des Divisors. Unter das erste Product schreibet das letzte.

Exempel.

Ihr sollet $\frac{2}{3}$ dividieren durch $\frac{3}{4}$. Multiplicieret den Zähler 2 durch den Nenner 4: das Product ist 8.

Mul-

Multiplicieret den Nenner 3 durch den Zähler 3; das Product ist 9. Schreibet dieses Product unter das vorgehende, so habet ihr den Quotienten $\frac{8}{9}$. das Zeichen : ist so viel als dividieret.

$\frac{3}{5} : \frac{6}{7} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Zweyter Fall. Wenn ein Bruch durch ein Ganzes soll dividieret werden, so veränderet das Ganze in einen Bruch; indem ihr die Einheit darunter setzet: alsdenn beobachtet die vorige Regel.

Dritter Fall. Wenn ein Ganzes durch einen Bruch soll dividieret werden, so machet das Ganze zu einem Bruche mit dem Nenner 1. Alsdenn beobachtet die vorige Regel.

Exempel.

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} : \frac{2}{1} = \frac{1}{4}$. $3 : \frac{2}{3} = \frac{3}{1} : \frac{2}{3} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

Vierter Fall. Wenn ein Ganzes mit einem angehängten Bruche durch ein anderes Ganzes abermal mit einem angehängten Bruche soll dividieret werden, so bringet jedes Ganze sammt seinem angehängten Bruche unter einen Bruch: (§. 19) alsdenn beobachtet die vorige Regel.

Exempel.

$$2\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3} = \frac{5}{2} : \frac{5}{3} = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

eben so ist $\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{5}{2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

und $3\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{11}{3} : \frac{3}{4} = \frac{44}{9} = 4\frac{8}{9}$.

Viertes Hauptstück

Erster Abschnitt

Von den Proportionen.

Was ist eine Proportion und ihre Eigenschaften?

26.) Man kann eine Größe auf zweyerley Art gegen einer andern halten, und fragen, um wie viele Einheiten eine die andere übertreffe, und so ist es ein arithmetisches Verhältniß.

Zweytens. Wie oft eine Größe die andere in sich enthalte, und dieß ist ein geometrisches. Die erste aus diesen zwoen Größen, die wir einander entgegen halten, heißt das Antecedens, die zweyte das Consequens. Das arithmetische kömmt in der gemeinen Arithmetick selten vor: hiemit wird hier die Rede vom geometrischen seyn.

Ein geometrisches Verhältniß besteht in dem Quotienten, welcher heraus kömmt, wenn ich eine Größe durch die andere dividiere: und deßwegen wird dieser Quotient der Exponent des Verhältnißes genannt. zwo Größen haben also eben das Verhältniß gegen einander, welches zwo andere haben, wenn die Quotien-

tienten von beyden gleich sind. z. E. 3 und 6 haben das nämliche geometrische Verhältniß, welches 5 und 10 haben; denn der Quotient ist überall 2.

Diese vier Größen, weil zwischen den zwoen ersten eben das Verhältniß ist, wie zwischen den letzten zwoen, machen eine Proportion, die man so schreibt, um die geometrische Proportion anzuzeigen

3 : 6 = 5 : 10.
oder 3 : 6 : : 5 : 10.

das ist: 3 verhält sich zu 6. wie 5 zu 10.

Wenn in einer Proportion der nemliche Quotient gefunden wird, so, daß beyderseits das Antecedens durch das Consequens, oder beyderseits das Consequens durch das Antecedens dividieret wird, so sagt man: diese 4 Größen machen eine gerade Proportion oder sind gerade proportional. Also sind 3 : 6 = 5 : 10 gerade proportional, bekömmt man zwar den nämlichen Quotienten, aber so, daß einmal das Antecedens durch das Consequens, das anderemal das Consequens durch das Antecedens dividieret wird, so ist eine verkehrte Proportion da, oder sie sind verkehrt proportional. So sind 8 : 4 = 5 : 10 verkehrt proportional.

Aus jeder verkehrten kann man eine gerade Proportion machen, wenn man die Glieder des ersten oder zweyten Verhältnißes verwechselt. So sind 10 und 5, 2 und 4 verkehrt, werden aber gerad proportinal, wenn ihr schreibet: 5 : 10 = 2 : 4
oder 10 : 5 = 4 : 2

In einer Proportion werden die erste und letzte Größe die zwey äußern Glieder; die 2te und 3te die zwey mittlern Glieder genannt.

Erster Grundsatz.

27.) In einer jeden geraden Proportion ist das Product aus den zweyern äußern dem Producte aus den zweyen mittlern gleich. Die Exempel werden es zeigen. So ist in 2 : 4 = 3 : 6 das Product der äußern 2 x 6 = 12 und der mittlern 4 x 3 abermal 12. Aus diesem Grundsatze fließt die Auflösung dieser Aufgabe.

Wenn 3 Glieder einer Proportion gegeben sind, das vierte finden.

Multiplicieret das zweyte Glied durch das 3te: das Product dividieret durch das erste: der Quotient ist das verlangte 4te Glied. Denn, weil das Product der mittlern Glieder dem Producte der äußern gleich ist, so kann dieses Product der mittlern Glieder angesehen werden, als wäre es aus der Multiplication der äußern entstanden. Wenn es also durch eines der zweyen äußern dividieret wird, muß der Quotient das andere geben, weil in einer jeden Division der Quotient mit dem Divisor multiplicieret, ein dem Dividendus gleiches Product geben muß.

Zweyter Grundsatz.

28.) Wenn vier Größen eine verkehrte geometrische Proportion machen, so ist das Product aus dem

erſten

ersten und 3ten Gliede dem Producte aus dem 2ten und 4ten gleich. z. E. in 5 : 10 = 6 : 3. ist 5 x 6 = 30 und 10 x 3 = 30.

* Daraus lernet man eine zweyte Aufgabe. Wenn 3 Glieder gegeben sind, das 4te finden, welches mit demselben eine verkehrte Proportion machet.

Multplicieret das erste Glied durch das 3te. Das Product dividieret durch das zweyte: der Quotient ist das vierte verlangte Glied, das man euch unter dem unbekannten Zeichen x gab. 3 : 12 = 8 : x. Ihr bekommet 3 x 8 = 24. Diese 24 dividieret mit 12. $\frac{24}{12} = 2$, welches der Quotient und das 4te Glied ist.

Anwendung der Proportion in der Regel De Tri.

29.) Was im Gewerbe und im menschlichen Umgange gemeiniglich vorkömmt, sind die Waaren, der Werth derselben, die Zeit, die Arbeit, der Lohn für die Arbeit u. m. d. Nun muß der Werth nach den Waaren, der Lohn nach der Arbeit gemessen werden. Wenn also die Frage vorkömmt, wie viel kosten 6 Ellen Tuch, wenn zwo 8 fl gelten? so sollet ihr eine Zahl finden (den Werth von 6 Ellen) zu welcher die Zahl 8 (der Werth von 2 Ellen) sich so verhält, wie sich 2 Ellen zu 6 verhalten. Zu den 3 Zahlen 2 : 6 = 8 : x suchet die 4te proportional Zahl.

30.) Wisset ihr die Zahlen recht zu ordnen, so

wisset ihr alles. Nun aber so zeigen euch zwo Zahlen Sachen von der nämlichen Gattung, die 3te aber eine Sache von einer anderen Gattung: So schreibet denn die zwo Zahlen von der nämlichen Gattung so an, daß sie die Glieder des ersten Verhältnißes ausmachen, und zwar so, daß jene Zahl, welcher die Frage angehängt ist, den zweyten Platz bekomme, jene aber von einer verschiedenen Sache muß am 3ten Orte stehen. Also wird 2 das erste Glied, die Zahl 6 das 2te (denn von 6 Ellen fraget man, was sie kosten) die Zahl 8 das 3te ausmachen. Nun habet ihr noch zu sehen, ob die 4te Zahl, die ihr suchet, zu den 3 gegebenen gerad oder umgekehrt proportional seyn müsse. Dieß aber könnet ihr aus der Natur der Frage selbst abnehmen. Wird die 4te um so viel größer als die 3te, um wie viel die 2te größer ist als die erste, oder so viel kleiner als die 3te, als um wie viel die 2te kleiner ist als die erste; so ist sie gerade proportional. Muß aber die 4te Zahl um so viel kleiner werden, als die 3te, um wie viel die 2te größer ist, als die erste, oder wird die 4te um so viel größer als als die 3te, um wie viel die 2te kleiner ist, als die erste, so ist die 4te Zahl zu den 3 gegebenen verkehrt proportinal, und denn gehöret diese Frage zur verkehrten Regel de Tri. z. E.

Was kosten 6 Ellen Tuch, wenn 2 Ellen 8 fl kosten? Ellen. Ellen. fl. fl.

$$2 : 6 = 8 : x$$

Sechs Ellen kosten mehr als zwo und das 4te Glied wird größer als das 3te, wie das 2te größer ist als das erste.

Wenn

Wenn 6 Taglöhner eine Arbeit in 8 Tagen zu Stande bringen, wie viele Tage werden 12 Taglöhner zu arbeiten haben? 6 : 12 = 8 : x

Zwölf Taglöhner brauchen nicht so viele Zeit, und das 4te Glied wird kleiner als das 3te, da doch das zweyte größer ist als das erste. Die Frage gehöret also zur verkehrten Regel. Nun werdet ihr leicht erkennen, ob was immer für eine Frage zur geraden oder verkehrten Regel de Tri gehöre. Nur zwo Regeln merket euch noch.

31) Die erste Regel. Sehet ihr, daß die gestellte Frage zur geraden Regel gehöre, so multiplicieret das zweyte Glied durch das 3te. Das Product dividieret durch das erste. Der Quotient beantwortet die Frage.

Wie viel Zins tragen 100 fl. wenn 3000 fl. 150 tragen? 3000 : 100 = 150 : x. Die Frage gehöret zur geraden Regel. Also 100 X 150 = 15000. $\frac{15000.}{3000.}$ der Quotient ist 5. Und so viel tragen 100 fl in der nämlichen Zeit.

Zur Probe, daß ihr im Rechnen nicht gefehlet, multiplicieret das gefundene lezte Glied durch das erste, und das zweyte durch das 3te. Sind die Producte einander gleich, so ist im Rechnen kein Fehler mit eingelaufen. Allein wenn ihr im Ansetzen der 3 Glieder gefehlet, oder die gerade statt der verkehrten Regel gebrauchet hättet, so würde diese Probe

nichts nützen. Dieß aber zu erfahren, so veränderet die Frage in etwas, nehmet das gefundene Glied als richtig an, und suchet eines aus den 3 zuvor gegebenen: findet ihr jetzt eben das, was zuvor gegeben war, so habet ihr nicht gefehlet. z. E. Ihr habet im ersten Exempel 24 fl. für 6 Ellen gefunden. Nun stellet die Frage so an: Um 24 fl. 6 Ellen, wie viel Ellen um 8 fl. die Ansetzung ist diese: 24 : 8 = 6 : x. das Product der zwey mittlern Glieder ist 48. dieß durch 24 dividieret giebt 2, welches mit dem anfangs gegebenen Gliede von 2 Ellen zutrifft.

*) Kommen in einer Frage solche Glieder vor, welche verschiedenes Gewicht u. s. f. anzeigen, so müsset ihr alles zur untersten Benennung bringen, auf die Art, wie ihr (§. 7.) gelernet. Ist die Arbeit fertig, so bringet alles zur ersten Benennung wieder.

32.) Zweyte Regel. Sehet ihr, daß die gestellte Frage durch die verkehrte Regel beantwortet werden muß, so multiplicieret das 3te Glied durch das erste: das Product dividieret durch das zweyte, der Quotient löset die Frage auf. z. E.

6 Taglöhner vollenden eine Arbeit in 8 Tagen, wie viele Tage brauchen 12 Taglöhner? 6 : 12 = 8 : x. multiplicieret 8 durch 6. das Product 48 dividieret durch 12. der Quotient sind die 4 Tage.

Probe für die Rechnung. Multiplicieret das zweyte und das neugefundene Glied durch einander: das Product muß dem Producte aus dem ersten und 3ten gleich seyn.

Pro-

Probe für die Rechnung und Setzung zugleich. Veränderet die Frage (§. 31.)

* Jede verkehrte Proportion und alle Fragen, die zur verkehrten Regel gehören, könnet ihr durch die gerade Regel auflösen, wenn ihr nur jenes Glied an das die Frage angehänget ist, an den ersten jenes aber, welches von eben derselben Sache handelt, an den zweyten Ort setzet.

Von der doppelten Regel de Tri.

33.) Man versteht jene, durch welche die Fragen beantwortet werden, in welchen 5 Zahlen gegeben sind, und die sechste gesuchet wird. Die Auflösung geschieht durch die zweymal wiederholte einfache Regel. Man löset die gegebene Frage in zwo andere auf, deren eine jede sich durch die einfache Regel de Tri beantworten läßt: und eben daher hat diese Regel den Namen der doppelten Regel de Tri bekommen.

Es kann aber geschehen, daß zu der Auflösung der zwo einfachen Fragen beydemal die gerade Regel de Tri, oder daß einmal die gerade, das anderemal die verkehrte Regel, oder daß beydemal die verkehrte Regel muß gebrauchet werden.

Wenn aus 400 fl. binnen 4 Jahren 80 fl. Zins fließen, wie viel fließt aus 3000 fl. binnen 8 Jahren? Diese Frage kann in zwo einfachere aufgelößet werden, 400 fl : 80 (binnen 4 Jahren) = 3000 : x. gerade aufgelöset findet ihr 600 fl. Nun entsteht die zwey-

teFrage: Binnen 4 Jahren trägt ein gewißes Capital (3000 fl.) 600 fl: wie viel trägt eben dieß Capital in 8 Jahren. Diese Frage wird wieder durch die gerade Regel aufgelöset. Die Auflösung giebt 1200 fl. und so viel Zins bringen 3000 fl. in 8 Jahren.

Nach der verkehrten Regel. Wenn 1 Schäffl oder 1 Metzen oder 8 Metzen Haber erklecklich sind für 4 Pferde auf 8 Tage, wie lange klecken 16 Pferden 42 Metzen oder 6 Schäfl?

Löset die Frage auf in zwo. 1stens: 4 Pferden klecke ein gewißes Futter (8 Metzen) auf 8 Tage: wie lange klecket 16 Pferden eben dieß Futter? Ihr findet 2 Tage.

Von der Gesellschaftsregel.

34.) Diese Regel dienet den Kaufleuten, wenn sie Geld zusammen schiessen, das auf die Handlung verwendet wird.

Es ist offenbar, daß der Gewinn, welchen die ganze Summe bringt, unter die Glieder der Gesellschaft nach Proportion des Herschußes müssen ausgetheilet werden.

Hiemit ist die Gesellschaftsregel weiter nichts als eine so oft wiederholte Regel de Tri, als viele Glieder der Gesellschaft sind. Die Glieder dieser Proportionen sind die ganze von allen zugleich zusammen geschossene Summe. Die Summe, welche ein jeder sonderheitlich gegeben hat, und der allgemeine Gewinn aus diesen 3 Gliedern wird alsdenn das vierte,

näm=

nämlich der sonderheitliche Gewinn eines jeden gesuchet. Denn wie die ganze von allen zugleich zusammen geschossene Summe sich verhält zur Summe eines jeden, so verhält sich der allgemeine ganze Gewinn zu eines jeden sonderheitlichen Gewinn. z. E.

3 Kaufmänner treten zusammen in eine Gesellschaft, wir heissen sie A. B. C. Der A giebt 300 fl. Der B. 500 fl. Der C. 800 fl. Sie erhalten einen Gewinn von 160 fl. wie viel trift einen jeden? Addieret alles zusammen geschossene Geld in eine Summe, sie wird 1600 fl. ausmachen. Wiederholet die Regel de Tri 3mal also, daß die von allen zusammen geschossene Geldsumme jederzeit das erste Glied, die Summe, welche ein jeder besonders gegeben, das zweyte, der allgemeine Gewinn das 3te Glied ausmache; so werden 3 folgende Proportionen stehen.

1600 : 300 = 160 : 30 der Gewinn des A.
1600 : 500 = 160 : 50 der Gewinn des B.
1600 : 800 = 160 : 80 der Gewinn des C.

Wenn die Glieder der Gesellschaft ihre Gelder nicht auf eine gleiche, sondern verschiedene Zeit hergegeben; so müßte man in Berechnung des Gewinns auch auf diese eine Rucksicht haben; denn wer sein Geld auf längere Zeit zur Handlung giebt, fodert billig mehr Gewinn. 100 fl. in 3 Jahren verzinsen so viel als 300 in einem Jahre. Deßwegen muß eines jeden Geld durch die Zeit multiplicieret werden. Ist dieß geschehen, so geht die Berechnung, wie oben ist gesaget worden. Nur dieß noch: das erste Glied

der

der Proportionen zu bekommen, müsset ihr nicht die Gelder, welche die Glieder der Gesellschaft hergeschossen, sondern die mit der Zeit schon multiplicierten Gelder in eine Summe addieren. z. E. Drey Kaufmänner A. B. C. haben eine Gesellschaft errichtet. Der A hat 65 fl. auf 8 Monathe gegeben. Der B 78 fl. auf 12 Monathe oder 1 Jahr. Der C 84 fl. auf 6 Monathe. Sie haben zusammen 166 fl. gewonnen. Der Gewinn eines jeden?

das Geld des ersten	A.	$65 \times 8 =$	520
des 2ten	B.	$78 \times 12 =$	936
des 3ten	C.	$84 \times 6 =$	504
die Summe			1960

hieraus entstehen also die 3 Proportionen

		fl.	x.	d.
$1960 : 520 = 166.\ 44, \frac{4}{10}$	=	44.	2.	2.
$1960 : 936 = 166.\ 79, \frac{27}{100}$	=	79.	16.	1.
$1960 : 504 = 166.\ 42, \frac{69}{100}$	=	42.	41.	1.

beynahe.

Die Probe über dergleichen Berechnungen zu machen, därfet ihr nur die Gewinne aller Glieder der Gesellschaft addieren. Ist die Summe dem allgemeinen Gewinne gleich, so ist die Rechnung richtig.

Von der Verbündungsregel.

35.) Dieser bedienet man sich, wenn man verschie-

schiedene Waaren, als Wein, Getreid, u. d. g. untereinander mischen will. Es giebt zwo Gattungen dieser Regel: eine wird die mittlere genannt, die andere die wechselnde. Durch die mittlere suchet man den Werth einer gewißen Maaße der ganzen Mischung aus den sonderheitlichen Maaßen und Werthen der Sachen, welche vermischet worden.

Es geschieht also: addieret alles, was vermischet werden soll, in eine Sume, und auch alle sonderheitlichen Werthe in eine andre Sume, alsdenn saget: wie die erste Summe sich verhält zu der andern, so verhält sich eine gewiße Maaße der Mischung zu ihrem Werthe. z. E.

15 Schäffl Waitzens werden mit 12 Schäffl Rockens vermischet; das Schäffl Waitzens kostet 7 fl. des Rockens 5. fl. wie viel ist ein Schäffl des vermischten Getreides werth?

$15 + 12 = 27$ Ist der Werth des Waitzens,
$15 \times 7 = 105$ der in die Mischung kömmt.

$12 \times 5 = 60$ ist der Werth des Rockens.
$105 + 60 = 165$ ist die Summe der Werthe aller Sachen.

Nun sage: $27 : 165 = 1 : 6\frac{1}{9}$ dieß ist der Werth eines Schäffels der Mischung.

Die wechselnde Verbündungsregel hat 3 verschiedene Fälle.

36.) Erster Fall. Man giebt den Werth einer gewißen Maaße einer jeden Sache, die in die Mischung kom-

kommen soll. Man giebt auch den Werth der nämlichen Maaße der Mischung; man suchet daraus, wie viel von einer jeden Sache in die Mischung kommen müsse. z. E. Wenn das Schäffl Waitzens 8. fl. Rockens 5 kostete, wie viel muß Rocken, wie viel Waitzen genommen werden, daß eine solche Mischung entstehe, von welcher das Schäffl 6 fl. werth ist. Schreibet den mittlern Werth der Mischung, und die Werthe der zu vermischenden Sachen also:

der Werth der Mischung	6
des Waitzens	8
des Rockens	5.

Alsdenn nehmet die Differenzen zwischen den Werthen einer jeden Sache, die in die Mischung kömmt, und den Werth der Mischung, und schreibet diese Differenzen verwechselt an. Eben diese Differenzen sind die Maaße der zuvermischenden Sachen.

6	8	6 — 5 = 1	die Menge des Waitzens,
	5	8 — 6 = 2	des Rockens.

Die Probe machet man durch die mittlere Verbindungsregel. Schreibet erstens die Maaße einer jeden Sache, multiplicieret ein jedes mit seinem Werthe, machet die Summe der Maaße, wie auch die Summe der Werthe: dividieret diese durch jene: Ist der Quotient dem verlangten Werthe der Mischung gleich, so ist die Rechnung richtig:

Zweyter Fall. Wenn die Werthe aller Sachen, welche untereinander gemischet werden sollen, der

Werth

Werth der ganzen Mischung, und überdieß die Maaße einer Sache, die in die Mischung kömmt, gegeben sind, so ist zufinden, wie viel von allen übrigen Sachen in die Mischung kommen muß. z. E. Wie viel Wein, dessen eine Maaß 60 x gilt, muß unter 12 Maaße eines andern Weins geschüttet werden, dessen eine Maaße 42 x kostet, damit eine Maaße der Mischung 52 x werth sey? Schreibet den Werth der Mischung, die Werthe der zuvermischenden Sachen, und suchet die gehörigen Differenzen eben so, wie in dem vorhergehenden Falle, ohne Achtung zu haben auf die Maaße einer zuvermischenden Sache, welche hier gegeben ist.

Der mittlere Werth	52	60	52 — 42 = 10.
		42	60 — 52 = 8.

Denn saget: Wie sich die Maaße, welche ich durch die genommene Differenzen für jene Sachen gefunden, deren Maaße mir schon gegeben war, verhält zu eben dieser gegebenen Maaße, so verhält sich die Maaße, welche ich für die andere Sache durch die Differenzen gefunden habe, zu dem wahren Maaße eben dieser Sache. Die Proportion muß also stehen. 8 : 12 = 10 : 15. dem verlangten Maaß des bessern Weins. Sind mehr Sachen zu mischen, so muß diese Proportion für eine jede wiederhollt werden.

Dritter Fall. Wenn der Werth der Mischung, die Werthe der zuvermischenden Dinge, und noch da-

zu die Maaße der ganzen Mischung gegeben sind, die Maaße finden für jede Sache, die in die Mischung kommen soll.

Schreibet den Werth der Mischung und die Werthe der zuvermischenden Dinge: suchet die Differenzen eben wie zuvor: Addieret alle Differenzen in eine Summe, und saget: Wie diese Summe sich verhält zu der gegebenen Maaße der Mischung, so verhält sich die durch die Differenzen gefundene Maaße was immer für einer zuvermischenden Sache zu der wahren Maaße eben dieser Sache. z. E.

Man soll Wein, dessen eine Maaße 60 x gilt, mit einem andern Weine, dessen eine Maaße 42 x kostet, also vermischen, daß die ganze Vermischung 27 Maaße ausmache, und eine Maaße dieser Mischung 52 x werth sey. Wie viel muß man von einem jeden nehmen?

der mitlere Werth der Mischung	52	60	52 — 42 = 10
		42	60 = 52 = 8
			die Summe — 18

Nun saget 18 : 27 = 10 : 15
und 18 : 27 = 8 : 12

Von dem bessern müssen also genommen werden, 15 Maaße, vom schlechtern 12 Maaße.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Rechenkunst für die Realschulen in Baiern

Landshut 1774

Math.p. 458
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082650-5
VD18 15309487